

## **Приложение 2: ПРОГРАММА АТТЕСТАЦИОННОГО ИСПЫТАНИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ**

**ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ.** Испытуемый должен показать владение основными понятиями и методами, изучаемыми в курсах математики на физическом факультете МГУ в объеме, достаточном для обучения на соответствующем курсе. Прежде всего испытуемый должен продемонстрировать практические навыки в решении задач по соответствующим разделам курса.

### **Математический анализ**

#### **Часть 1.**

1. Предел функции.
2. Первый и второй замечательные пределы.
3. Бесконечно малые функции. Сравнение бесконечно малых.
4. Непрерывные функции.
5. Производная и дифференциал. Уравнение касательной к графику функции.
6. Дифференцирование сложной функции.
7. Производные и дифференциалы высших порядков.
8. Локальный экстремум. Необходимое и достаточное условие экстремума. Исследование функции на экстремум.
9. Формула Тейлора.
10. Неопределенный интеграл. Вычисление первообразных.
11. Определенный интеграл. Вычисление площадей и объемов с помощью определенного интеграла.
12. Длина дуги кривой.
13. Построение графиков функций.

#### **Часть 2.**

1. Предел функции нескольких переменных.
2. Частные производные и дифференциал функции нескольких переменных. Формула Тейлора.
3. Локальный экстремум. Необходимое и достаточное условие экстремума. Исследование функции на экстремум.
4. Неявные функции. Вычисление производных и дифференциалов неявных функций.
5. Условный экстремум. Метод Лагранжа.
6. Кратные интегралы. Сведение двойного интеграла к повторному.
7. Криволинейные интегралы.
8. Площадь поверхности.
9. Поверхностные интегралы 1-го и 2-го рода.
10. Формулы Грина, Стокса и Гаусса-Остроградского.

#### **Часть 3.**

1. Дифференциальные операции, градиент, дивергенция, ротор.
2. Дифференциальные операции второго порядка.
3. Числовые ряды.
4. Функциональные последовательности и ряды. Равномерная сходимость.
5. Степенные ряды. Радиус сходимости степенного ряда.
6. Несобственные интегралы.
7. Интегралы, зависящие от параметра и их равномерная сходимость.
8. Тригонометрические ряды Фурье.
9. Ряд Фурье по ортогональной системе функций.
10. Интеграл Фурье.

## Литература

1. Основы математического анализа. В 2-х ч. В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. М.: Физматлит, Ч.1 - 2005, 7-е изд.; Ч.2 - 2002, 4-е изд.
2. Кратные интегралы и ряды. Б.М. Будак, С.В. Фомин. М: Наука. 1965
3. Математический анализ в вопросах и задачах: Учеб. пособие. В.Ф. Бутузов, Н.Ч. Крутицкая, Г.Н. Медведев, А.А. Шишкин. М.: Физматлит, 2001.

## **Аналитическая геометрия**

1. Системы координат.
2. Прямые на плоскости.
3. Прямые и плоскости в пространстве.
4. Алгебра матриц. Обратная матрица.
5. Кривые второго порядка.
6. Определители. Ранг матрицы.
7. Системы линейных уравнений и их решение.

## **Линейная алгебра**

1. Линейное пространство.
2. Линейные операторы и их матрицы.
3. Билинейные и квадратичные формы и их матрицы.
4. Евклидово пространство.
5. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
6. Самосопряженный оператор. Свойства собственных векторов и собственных значений самосопряженного оператора.
7. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.

## Литература

1. Аналитическая геометрия. В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. М.: Физматлит, 2004
2. Линейная алгебра. В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. М.: Физматлит, 2010
3. Линейная алгебра в вопросах и задачах: Учеб. пособие. Н.Ч. Крутицкая, А.А. Шишкин. М.: Физматлит, 2001.

## **Теория функций комплексной переменной (ТФКП)**

1. Комплексные числа и действия с ними.
2. Аналитические функции. Условия Коши-Римана.
3. Интеграл по кривой на комплексной плоскости. Интегральная теорема Коши. Интегральная формула Коши.
4. Степенные ряды. Круг сходимости, формула Коши-Адамара для радиуса сходимости. Ряд Тейлора.
5. Ряд Лорана, область его сходимости. Разложение аналитической функции в ряд Лорана.
6. Изолированные особые точки однозначной аналитической функции, их классификация. Понятие вычета. Основная теорема теории вычетов. Вычисление вычетов.
7. Применение вычетов к вычислению определенных и несобственных интегралов. Лемма Жордана.

## Литература

1. Теория функций комплексной переменной. А.Н. Тихонов, А.Г. Свешников. М.: Физматлит, 2010.
2. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. Л.И. Волков, Г.Л. Лунц, И.Г. Араманович. М.: Физматлит, 2004.

## **Дифференциальные уравнения**

1. Понятие дифференциального уравнения. Простейшие методы интегрирования.
2. Постановка задачи Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной.
3. Линейное уравнение первого порядка. Метод вариации постоянной.
4. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Методы построения решений.
5. Системы линейных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами. Методы построения решений.
6. Краевые задачи. Функция Грина.
7. Понятие устойчивости по Ляпунову. Теорема об устойчивости по первому приближению.
8. Линейное и квазилинейное уравнение в частных производных первого порядка. Методы построения общего решения.
9. Постановка задачи Коши для линейного и квазилинейного уравнения в частных производных первого порядка. Методы решения.

### Литература

1. Дифференциальные уравнения.  
А.Н. Тихонов, А.Б. Васильева, А.Г. Свешников. М.: Физматлит, 2002.
2. Дифференциальные и интегральные уравнения. Вариационное исчисление.  
А.Б. Васильева, Г.Н. Медведев, Н.А. Тихонов, Т.А. Уразгильдина. М.: Физматлит, 2005.

## **Интегральные уравнения**

1. Понятие интегрального уравнения. Классификация линейных интегральных уравнений.
2. Линейное однородное уравнение Фредгольма 2-го рода с симметрическим непрерывным ядром. Характеристические числа и собственные функции.
3. Теорема Гильберта-Шмидта.
4. Неоднородное уравнение Фредгольма 2-го рода. Теоремы Фредгольма.
5. Уравнение Фредгольма с вырожденным ядром. Сведение к системе линейных алгебраических уравнений.
6. Задача Штурма-Лиувилля.
7. Теорема Стеклова.
8. Линейное уравнение Вольтерра 2-го рода.

## **Вариационное исчисление**

1. Понятие функционала. Вариация функционала.
2. Задача с закрепленными концами. Необходимое условие экстремума.
3. Функция Вейерштрасса. Достаточные условия экстремума в задаче с закрепленными концами.
4. Условный экстремум. Изопериметрическая задача.
5. Задача с подвижной границей. Условие трансверсальности.

### Литература

1. Интегральные уравнения. Вариационное исчисление (курс лекций).  
В.Т. Волков, А.Г. Ягола. М.: КДУ, 2009.
2. Интегральные уравнения. Вариационное исчисление (методы решения задач).  
В.Т. Волков, А.Г. Ягола. М.: КДУ, 2009.
3. Дифференциальные и интегральные уравнения. Вариационное исчисление.  
А.Б. Васильева, Г.Н. Медведев, Н.А. Тихонов, Т.А. Уразгильдина. М.: Физматлит, 2005.